

專題五



保本型票券之訂價及風險控管

廖四郎 (國立政治大學金融系 教授)

康榮寶 (國立政治大學會計系 副教授)

張嘉倩 (國立高雄第一科技大學財管所 研究生)

摘要

本文以國內券商之海外分支機構發行之華邦電保本型票券為例，推導保本型票券價格之封閉解。此票券可視為本國零息債券與買進多頭價差買權之組合。本文亦推導保本型票券之最適動態避險策略，提供國內發行機構風險控管準則。運用國內券商已發行的華邦電認購權證之隱含波動度，代入保本型票券之封閉解並做數值計算，所得之理論價格與實際市價相當接近。本文所推導之公式解可供實務界使用，作為保本型商品之訂價與風險控管之依據。

壹、緒論

面對經濟景氣情勢不佳，股票投資獲利不易，銀行定存利率持續低檔的狀況下，投資人對新台幣定存興趣大減，單純投資定存或債券已無法滿足投資者的需求。從央行公布的統計資料來看，自 2002 年 2 月以來，台幣各項定儲每月餘額年增率皆為負數，而外幣存款年增率更低。若合計新台幣和外幣定期存款的餘額和 2001 年底相比，流失金額至少新台幣 1000 億元，除了部分轉為活期存款外，大部分資金則是流向銀行所推出的外幣計價保本型商品。為了防止資金外流並促進金融國際化及自由化，政府於 2003 年將開放證券商在店頭市場推出以台幣計價的保本型票券及高收益

票券，以促進我國金融市場多元化，讓投資人有更多的選擇。其中，保本型票券（Principal Guaranteed Notes）結合零息債券和選擇權的商品特性，提供投資人潛在高獲利及保證本金的投資選擇，依照投資人對未來的不同預期，設計多樣化商品以滿足投資人的需求。例如「看多型保本型票券」而言，當連結標的資產不如預期上漲時，投資人可享有約定比例的本金保障；反之，則可依參與率而享有連結標的上漲之報酬。

在 2003 年以前，礙於國內法令之限制，國內證券商不得在國內發行保本型票券，故保本型票券主要由國外金融機構或國內境外分行以外幣計價發行。以國內券商之外國分支機構所發行的華邦電保本型票券為例，其票券設計為：當華邦電股價不如預期上漲或下跌時，投資人可獲得 93% 保本；當股價漲幅不超過 25% 的區間內，享有 95% 的參與率；若股價漲幅超過 25% 時，停利出場，最高獲利達 16.75%。其特色在於：(1) 一般保本型票券的投資期間為 1-3 年，而此票券期間約為 1 個月；(2) 國內外證券商發行的保本型票券，一般連結的標的物為指數或一籃子股票，而此票券連結單一股票；(3) 一般票券為零息債券與傳統歐式買權的結合，而傳統歐式買權的成本較高，因而參與率相對較低。此票券設有上下限執行價，上限率為 116.75%，可視為零息債券與「多頭價差買權」之組合，而「多頭價差買權」由買入一個下限執行價之買權及賣出一個上限執行價之買權所組成，使得成本相對較低。因此，投資人可在高保本率(93%)下亦享有較高的參與率(95%)。(4) 此票券雖以美金計價，但由於契約設計，使得在到期日轉換成台幣時，可完全規避匯率風險，有利於投資人。由於保本型票券在台灣屬於新金融商品，尚未有文獻對此商品進行評價及避險。因此，本文研究目的有以下三點，(1) 以上述之保本型票券為例，對此保本型票券進行評價；(2) 提供保本型票券之動態避險策略；(3) 運用相同標的物之衍生性金融商品所求出之隱含波動度，對上述保本型票券做評價及避險策略的數值分析。

本文以下之架構：第二節簡述保本型票券之內容，第三節為相關文獻探討。第四節為華邦電保本型票券之訂價。第五節為華邦電保本型票券之避險策略。第六節為數值分析。第七節為實證分析，最後為結論。

貳、保本型票券簡介

一、保本型票券的意義及設計

保本型票券係指投資人在到期時至少可獲得事先約定某一比例的本金，而實際的總報酬是隨著連結標的資產價格成長幅度而定的金融商品。我們可將保本型票券視為零息債券與買入選擇權的組合，依投資人對特定標的之看漲或看跌，它可以設計成「看多型保本票券」或「看空型保本票券」，以及可依投資人對本金保障比率之要求，設計成「部份保本型票券」或「完全保本型票券」。保本型票券所連結的標的

資產種類相當多，如股票、利率、匯率、商品等，當保本型票券到期時，投資者可收到之金額如下：

保本型票券之本金×【保本率+參與率×選擇權收益】

其中，保本率為保障投資人到期時可拿回的最低金額與期初投資本金的比率，參與率為保本型債券實際參與所連結投資商品獲利的比例，而選擇權收益是指連結投資商品的非負報酬。因此，其到期日報酬型態，可由零息債券與選擇權之組合複製而得，將零息債券折現即為本金投資於債券的金額，其餘之本金即為投資於選擇權的金額。

就保本型票券的投資期間而言，一般為短至中期，市場上常見的投資期間約為1-3年，當投資期間越長，連結標的商品的潛在獲利機會因而增加，但相對承擔的利息機會成本也較高；就連結標的物而言，一般保本型票券的連結標的都是指數或一籃子股票，例如美國 S&P500 指數、日經 225 指數，但少部分保本型票券會與某一類型基金連結(例如：避險基金)，到期報酬的高低則與該基金之績效有關。就保本率而言，一般大約 80% 以上，保本率越低，代表投資於連結標的金額將提高，潛在獲利就愈高；在參與率方面，保本型票券通常為價平發行，而參與率的高低會受保本率影響，在某一保本率之下確定零息債券占投資本金之比例後，其餘本金則投資於連結標的選擇權，因此當保本率越低，參與率就會越高。

二、國外保本型商品發展規模

保本型票券屬於結構性票券的一種，在國外大多在櫃檯交易，由於櫃檯交易的資料不易取得，因此本文以保本型基金的市場規模來看投資人對於保本型商品的需求。香港在 2001 年發行基金數最多的基金類型是保本型基金，因此本文將介紹香港保本型基金的市場規模。

根據香港投資基金公會（Hong Kong Investment Funds Association）統計資料顯示，2000 年保本型基金淨銷售額約 4 千萬美元，僅占全體基金淨銷售額的 2.94%。自 2001 年 1 月至 2002 年 5 月，保本型基金多達 59.5 億美元的總銷售額，淨額亦達 55.9 億美元，佔該期行業總額的 39%及淨額的 84%。2002 年前 10 個月的保本型基金銷售行情仍然名列首位，保本型基金的總銷售額及淨流入額分別為 32 億美元，佔行業總額分別為 29.3% 以及 61.7%。同時 2001 年保本型基金投資人數量上升到投資產品總人數的 10%。基金公會委託 NFO World Group - Hong Kong 於 2002 年 6-7 月以電話進行調查，訪問了 500 名保本型基金的投資人。46%的受訪者表示投資於保本型基金的主要原因是該類產品提供保證回收；38%則是基於保本基金提供高於銀行存款利率的報酬；30%認為該類產品屬低風險，故作出投資。因此，從該調查可知，保本型基金之銷售額一枝獨秀，反映出傳統銀行存戶等投資人，認為該類產品的風險與報酬特質符合他們的要求。

三、國內保本型商品發展規模

國內目前市場上的保本型商品主要是由銀行與壽險公司提供，銀行方面有投資型外幣定存與連動型債券等，壽險公司方面則推出保本型投資保單，皆有相當高的銷售量。

就國內保本型投資保單而言，目前市場上推出此保單的壽險公司，只有富邦人壽與統一安聯。保本型投資保單的設計為「定期險」加上「連動式債券」之組合，有「人壽險」保障又有投資收益率。例如：富邦人壽第一期推出的商品，結合荷蘭銀行發行的「道瓊全球指數連動債券」，強調保本、保息，保單期限 6 年，享有 28 % 的保證報酬，平均年收益率達 4.2%。而根據富邦人壽的統計，該公司 2002 年 3 月推出的「吉利保本投資連動債券」，銷售 8 個月，保費收入逾 37 億元，銷售量 68.8 億元占 2002 年國內所有同類銷售量的五成。

另一方面，2001 年銀行發行保本商品(債券型基金，組合式外幣定存、連動性債券等)的銷售量估計超過 30 億美元。就債券型基金而言，2001 年國內債券型基金規模持續膨脹並突破 1900 億元大關，創下歷史新高紀錄，債券型基金占國內共同基金的比率提高到近 9 成；就投資型外幣定存而言，其為外幣定存與衍生性金融商品之結合。由於台幣利率走低，以美元和歐元為主的投資型外幣定存有較高的需求。以台灣銀行於 2002 年 12 月 2 日推出該行第一項衍生性金融商品－「觸擊得分外幣組合式商品」為例，該產品為美元存款連結歐元選擇權，最低投資門檻為三萬美元（約新台幣一百萬元），存續期限為 3 個月，年收益 4%，履約匯率依發行定價日（12 月 10 日）歐元兌美元的東京收盤買價匯率減 0.0150，敲出匯率依發行定價日歐元兌美元的東京收盤買價匯率加 0.020。該產品募集期限為 12 月 2 日至 6 日，台銀推出該商品後，以其債信優良及分行眾多之利，且當時國際匯市普遍看升歐元，募集 33400 萬美元，募集速度為新銀行十倍以上。以下表一列出近期各銀行「歐元匯率美金定存」商品比較：

表一 各銀行「歐元匯率美金定存」商品比較

銀行	富邦銀行	台北銀行	中國信託	台灣銀行	第一銀行
產品名稱	理財圓舞曲	加值型雙享受定存	雙元貨幣定存	觸擊得分外幣組合式商品	投資型外幣定存
投資期間	6 個月	3 個月	3 個月	3 個月	3 個月
定存利率	2.0%	1.70%	1.75%	4%	2.6%
投資門檻	美金 2 萬	美金 50 萬	美金 3 萬	美金 3 萬	歐元 50 萬
投資標的	歐元匯率買權	歐元匯率買權或美元賣權	賣歐元匯率賣權	賣出歐元兌美元敲出賣權	歐元匯率買權

銀行	富邦銀行	台北銀行	中國信託	台灣銀行	第一銀行
保本程度	100%	100%	不保本	100%	100%
解約費用	手續費 0.9%	不得解約	無	不得解約	不得解約
產品特色	只要觸及設定標的，即可 4.00% 獲利。	可自行選擇投資買權或賣權	歐元走勢不如預期時，強制將美元存款轉為歐元	到期日前歐元兌美元匯率任何時間觸及一元價位則無轉換風險	歐元走勢高於設定標的時，強制將歐元存款轉為美元

資料來源：經濟日報 2002 年 12 月 31 日

在連動式債券方面，此商品的操作方式為透過海外債券的固定收益商品與衍生性金融商品結合的創新商品。依商品的連結可分為「利率連動債券」與「股票型指數連動債券」。此商品多半透過銀行貴賓理財人員推出，使得募集速度相當快。例如：富邦銀行之前推出「倍速增息逆浮動利率債券」，募集 4000 萬美元後，再推出以澳幣計價的連動利率債券。

由上述資料可預期，國內投資人對於保本型商品的需求將持續擴大。而保本型票券的推行，對證券商及投資人皆有益處。在證券商方面：證券商除了可增加獲利來源，亦可使其業務範圍擴大且多元化，有助於證券商做適時的風險控管，對證券商獲利的穩定性有正面幫助。在投資人方面：保本型商品的需求者通常以保本、低風險投資人為主，希望能兼顧「保障本金」與「適當獲利」的投資目標。再者，投資人若自行複製保本型商品之報酬，其困難度及交易成本皆不低。若能在櫃檯市場找到證券商，願意賣出符合其需求的保本型票券，將可提高效率性與降低交易成本。

參、文獻回顧

保本商品種類繁多，以下就國外證券商發行之相關保本商品之設計及訂價方式作探討：

一、S & P 500 指數連動票券（Standard & Poor's 500 Indexed Note；SPIN）

最早出現之股權連動票券由美國索羅門兄弟公司（Salomon Brothers Inc.）於 1986 年 9 月 1 日發行一億美元的 S & P 500 指數連動票券（Standard & Poor's 500 indexed note；SPIN）。到期日為 1990 年 9 月 1 日，面額為 \$1000，票面利息為 2%（每半年支付 1%）之四年期票券。該票券到期時投資者可收取（1）每單位債券之本金 \$1000 與應計利息（accrued interest）1% 及（2）S & P 500 指數價值超過履約水

準 (270.38) 的正差值，乘以預先決定之倍數。因此，S & P500 指數連動票券 (SPIN) 基本上可視為低利率的付息債券 (coupon-bearing note) 與一中期歐式 S & P500 指數買權之結合。

Chen and Sears (1990) 提出 SPIN 定價模式。在選擇權方面，作者採用 Black-Scholes 評價公式，而對於 SPIN 債券部位的估計採用標準債券評價公式，並調整應計利息，即

$$\text{債券價值} = \frac{\sum_{t=1}^{2n} \frac{C_t/2}{(1+i/2)^t} + \frac{1,000 + C_t/2}{(1+i/2)^{2n}}}{(1+i/2)^{m/180}} - \left(\frac{C_t}{2}\right)\left(1 - \frac{m}{180}\right)$$

其中， $2n$ 為半年付息一次的總期間數； $C_t/2$ 為半年的利息支付； $i/2$ 為半年的殖利率； m 為交割日到下一利息支付日 (coupon date) 的天數。

二、與市場指數連動之存單 (Market-Indexed Certificates of Deposit ; MICD)

MICD 為大通銀行 (Chase Manhattan Bank) 於 1987 年發行之存款單，此商品為第一宗商業銀行推出的股價連動產品，其為存款型式結合 S & P500 指數買權或賣權。投資人可選擇不同的到期日 (最高以一年為限)，亦可在最低 4% 的保證報酬和較低的參與率之組合，和最低 0% 的保證報酬與較高的參與率之組合間做選擇。例如：以買權型式付息 4% 之 MICD 為例，此存單除了擔保 4% 之付息外，一旦存款到期時之 S & P500 指數上漲，投資人可額外享有指數漲幅的 0.45 比例之投資報酬；如果存款到期時之 S & P500 指數下跌，則投資人至少享有 4% 之付息收益。

Chance and Broughton (1988) 提出 MICD 的評價方法。作者假設 MICD 給予持有者在到期時所能收到的利息為股價指數漲幅的某一比例，若指數下跌則支付最低保證金額。假設投資本金為 \$1，則到期日 MICD 之收益為

$$\text{MICD}(T) = \begin{cases} \lambda & , \text{ if } S_T \leq S_0 \left(\frac{\lambda-1}{\gamma} + 1 \right) \\ 1 + \gamma \left(\frac{S_T}{S_0} - 1 \right) & , \text{ if } S_T > S_0 \left(\frac{\lambda-1}{\gamma} + 1 \right) \end{cases}$$

其中， T 為到期日， λ 為最低保證金額， γ 為參與率， $\left(\frac{S_T}{S_0} - 1\right)$ 為指數成長率。

則到期時投資人可獲取投資本金加指數價值與最低保障金額二者中之較高者。令 D_t 表示 MICD 在時間 t 的價值， $0 \leq t \leq T$ ，評價 MICD 的方法之一便是找出能複製 MICD 現金流量的投資組合。此投資組合為（1）面值為 λ 的零息債券，與（2）到期日為 T ，履約價格為 X ，標的資產為股價指數的 θ 單位歐式買權。令 $\theta = \frac{\gamma}{S_0}$ ， $X = S_0 \times [(\frac{\lambda-1}{\gamma}) + 1]$ ，買權價格為 $c(S_t, X, r, \sigma^2)$ ， r 為無風險利率， σ^2 為連續複利報酬的變異數。經由債券、選擇權的投資組合，可複製與 MICD 相同報酬型態之結構，所以，在時間 t 的 MICD 價格可表示為

$$D_t = \lambda e^{-rt} + \theta c(S_t, X, r, \sigma^2)$$

Chen and Kensinger（1990）提出對 MICD 設定上限金額，最高給付金額為 k ，則對於投資本金為 \$1，買、賣權型式 MICD 的到期日價值分別為

$$\begin{aligned} & \min \left\{ k, \max \left[\lambda, 1 + \gamma \left(\frac{S_T}{S_0} - 1 \right) \right] \right\}, \\ & \min \left\{ k, \max \left[\lambda, 1 + \gamma \left(1 - \frac{S_T}{S_0} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

三、股價指數成長票券 (Stock Index Growth Note; SIGN)

高盛證券 (Goldman, Sachs & Co) 於 1991 年 1 月發行股價指數成長票券 (Stock Index Growth Note; SIGN)。SIGN 屬於一個保本型 (Principal-Protected) 票券，發行總額為一億美金，票面到期日為 1996 年 8 月 15 日，在為期 5 年半的存續期內並不支付任何利息，而到期時的或有利益 (contingent interest) 則是 S&P 500 指數在票券存續期內之變動的 100%。此票券的報價單位 (denomination) 是 10 美元，且有 A A A 的金融機構的信用保證。SIGN 的到期日還償金額為

$$\begin{aligned} & 10 \left[1 + \max \left(\frac{p_m - 336.69}{336.69}, 0 \right) \right] \\ & = 10 + \frac{10}{336.69} \max(p_m - 336.69, 0) \end{aligned}$$

其中 p_m 為到期日前 2 天之倒數 30 個交易日內 S&P500 指數的平均收盤價。因此，此票券可視為 5.5 年到期，面值為 \$10 的零息債券加上 5.5 年到期，履約價格為 336.69 的 $\frac{10}{336.69}$ 單位平均式買權。

Finnerty(1993)提出 SIGN 的訂價模式，作者將買權部分視為一般歐式買權，以 Black-Sholes 評價公式推導，此作法會造成評價誤差。另一方面，Finnerty 亦從創新價值之角度來評價 SIGN，其創新價值包括：稅賦上之好處、交易成本之降低、長時間選擇權及小面額證券之創新價值。

四、保本基金(Capital-Guaranteed Fund；CGF)

香港花旗銀行於 1994 年 12 月所發行之美元還本的亞洲及拉丁美洲兩種 100% 保本基金，存續期間皆為三年。亞洲保本基金連結亞洲 9 個國家股價指數加權平均漲幅之 118% 做為投資績效報酬，而拉丁美洲保本基金則連結拉丁美洲 3 個最大市場指數加權平均漲幅之 57% 做為投資績效報酬，使投資人有機會參與亞洲各國及拉丁美洲各國大盤指數漲幅。

Bennett, Chen and McGuinness (1996) 以此兩種保本基金為研究標的，套用 Chen and Kensinger (1990) 提出的 MICD 評價方式，研究此保本基金之評價。此類基金的到期日報酬為

$$\min\{k, \max[\lambda, 1 + \gamma(\frac{BI(T)}{BI(t_0)} - 1)]\}$$

其中 $BI(T)$ 為一籃子股票的期末價值， $BI(t_0)$ 為基準日之股價指數， K 為收益上限值； λ 為保本率， γ 為參與率。因其報酬無上限限制且為 100% 保本率，投資人將不會有任何本金損失。投資 1 元本金的到期日收益為

$$1 + \gamma \max[0, \frac{BI(T)}{BI(t_0)} - 1]$$

因此，從上式可知，保本基金的報酬型態可經由面值為 1 元的三年期零息債券與 γ 單位之三年期，履約價格為 1 元的股價指數算數平均買權複製而成。因此，亞洲保本基金的到期日報酬為三年期零息債券+1.18 單位的三年期亞洲各國股價指數算數平均買權；而拉丁美洲保本基金的到期日報酬為三年期零息債券+0.57 單位的三年期拉丁美洲各國股價指數算數平均買權。在零息債券的評價上，Bennett et al.

(1996)採用連續複利方式而在算數平均買權的評價採用 Levy(1992)的算數平均買權近似值公式。

肆、華邦電保本型票券之訂價

在評價華邦電保本型票券時，先設定模型假設，之後以圖形及數學式說明此票券之契約設計與到期日收益，最後再進行評價。

一、模型設定

假設國內華邦電股價 $S_d(t)$ 服從以下隨機微分方程：

$$\frac{dS_d(t)}{S_d(t)} = (u - \delta)dt + \sigma_s \cdot dW_t^d$$

其中 u 和 $\sigma_s > 0$ 為常數， δ 表示連續股利支付率， W_t^d 為在機率空間 (Ω, F, P^d) 下的 h -維標準布朗運動(h -dimensional standard Brownian motion)。貨幣市場存款， $B_d(t)$ 和 $B_f(t)$ 分別以國內及國外的貨幣單位表示，其為在期初以國內即期利率或國外即期利率投資一元，以複利計算到 t 時點的本利和。因此，

$$dB_i(t) = r_i B_i(t)dt, i = d, f.$$

由於此票券之投資期間約為一個月，因此本文假設利率為固定利率。假設匯率 $Q(t)$ 服從以下隨機微分方程：

$$\frac{dQ(t)}{Q(t)} = u_Q dt + \sigma_Q \cdot dW_t^d$$

其中， $Q(t)$ 表示在 t 時點一單位外國貨幣的國內貨幣價值。假設在可測空間 (Ω, F) ，存在唯一的國內平賭測度 P^* (martingale measure)，依 Girsanov2 定理，其對原始機率測率 P 的 Randon-Nikodym derivative 為

$$\frac{dP^*}{dP^d} = \exp\left(\eta \cdot W_t^d - \frac{1}{2} |\eta|^2 t\right)$$

其中 $\eta \in R^h$ 為市場價格風險。 $|\cdot|$ 表示 Euclidean norm in R^h 。故在國內平賭測度 P^* 下，國內華邦電股價 $S_d(t)$ 和匯率 $Q(t)$ 變為

$$\frac{dS_d(t)}{S_d(t)} = (r_d - \delta)dt + \sigma_s \cdot dW_t^*$$

$$\frac{dQ(t)}{Q(t)} = (r_d - r_f) dt + \sigma_Q \cdot dW_t^*$$

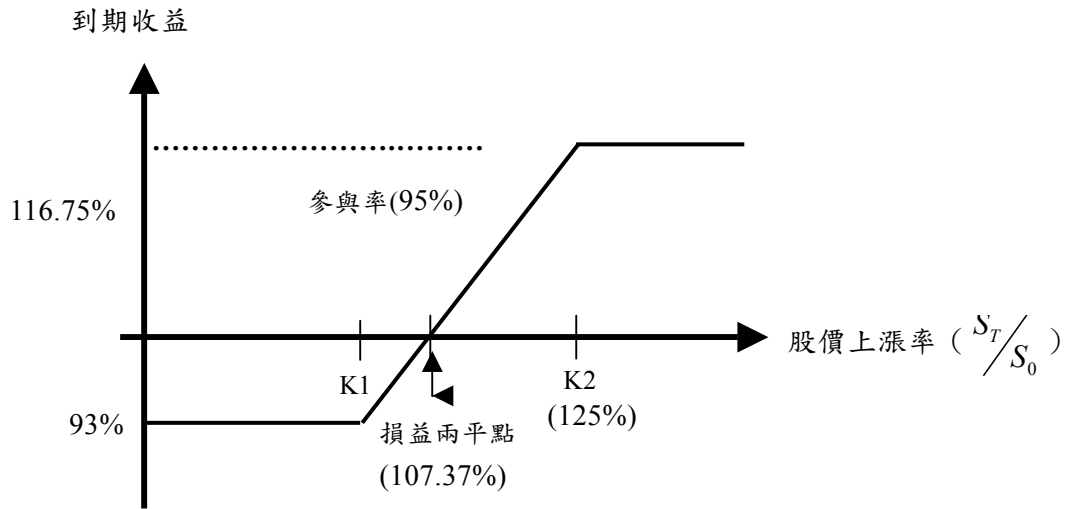
其中 W_t^* 符合

$$dW_t^* = dW_t^d - \eta dt$$

W_t^* 為在 P^* 下的 h -維標準布朗運動。

二、華邦電保本型票券的到期收益

此票券到期日收益的型式經由以下圖一表示：



圖一 華邦電保本型票券到期收益

三、華邦電保本型票券之評價

在到期日 T 以本國貨幣計價華邦電保本型票券的收益如下：

$$C(T) = \begin{cases} Q(T)M_f \frac{Q(t)}{Q(T)} \lambda & , \text{if } S_d(T) < K_1 \\ Q_f(T)M_f \frac{Q(t)}{Q(T)} \left[\lambda + \gamma \frac{S_d(T) - K_1}{S_d(t)} \right] & , \text{if } K_1 < S_d(T) < K_2 \\ Q(T)M_f \frac{Q(t)}{Q(T)} \left[\lambda + \gamma \frac{K_2 - K_1}{S_d(t)} \right] & , \text{if } S_d(T) > K_2 \end{cases}$$

上式可化為

$$C(T) = M_f Q(t) \lambda + \begin{cases} 0 & , \text{ if } S_d(T) < K_1 \\ M_f Q(t) \gamma \frac{S_d(T) - K_1}{S_d(t)} & , \text{ if } K_1 < S_d(T) < K_2 \\ M_f Q(t) \gamma \frac{K_2 - K_1}{S_d(t)} & , \text{ if } S_d(T) > K_2 \end{cases} \quad (1)$$

其中 M_f 為以外幣計價的本金， K_1 為以本國計價的下限執行價， K_2 為以本國計價的上限執行價。 $S_d(T)$ 為國內華邦電之股價， $Q(t)$ 為匯率，表示一單位外國貨幣之本國價格， λ 為保本率， γ 為參與率。

在風險中立測度 P^* 下，任何資產之折現值為平賭過程 (martingale)，因此

$$\frac{C_t}{B_d(t)} = E_{p^*} \left(\frac{C_T}{B_d(T)} \mid F_t \right) \Rightarrow C_t = e^{-r_d(T-t)} E_{p^*} (C_T \mid F_t) \quad (2)$$

將(1)代入(2)，

$$C_t = e^{-r_d(T-t)} \left[E_{p^*} [M_f Q(t) \lambda \mid F_t] + E_{p^*} [M_f Q_f(t) \gamma \frac{S_d(T)}{S_d(t)} I(K_1 < S_d(T) < K_2) \mid F_t] \right. \\ \left. + E_{p^*} [M_f Q(t) \gamma \frac{K_2 - K_1}{S_d(t)} I(S_d(T) > K_2) \mid F_t] \right]$$

求算上式的期望值，可得華邦電保本型票券之封閉解：

$$C(t) = M_f Q(t) \lambda B_d(t, T) + \frac{M_f Q(t) \gamma}{S_d(t)} \left[S_d(t) e^{-\delta(T-t)} [N(e_1) - N(d_1)] - K_1 B_d(t, T) N(e_2) + K_2 B_d(t, T) N(d_2) \right] \quad (3)$$

其中 $N(\cdot)$ 為標準常態分配累積機率值， $B_d(t, T)$ 為本國零息債券的價格（在固定利率下， $B_d(t, T) = e^{-r_d(T-t)}$ ）。

$$d_{1,2} = \frac{\ln\left(\frac{S_d(t)}{K_2}\right) + (r_d - \delta \pm \frac{1}{2}|\sigma_s|^2)(T-t)}{\sigma_s \sqrt{T-t}}, \quad e_{1,2} = \frac{\ln\left(\frac{S_d(t)}{K_1}\right) + (r_d - \delta \pm \frac{1}{2}|\sigma_s|^2)(T-t)}{\sigma_s \sqrt{T-t}}$$

從(3)式中可知，我們可以藉由買 $M_f Q(t)\lambda$ 單位的本國零息債券及買入 $\frac{M_f Q(t)\gamma}{S_d(t)}$ 單位之價差買權的投資組合來複製與華邦電保本型票券的收益結構。一般票券的票面金額以美金計價，到期日結算時會面臨匯率風險，但是從(3)式可知，此票券雖以美金計價，卻可視為本國零息債券及價差買權的投資組合，因而沒有匯率風險。

當 $K_2 \rightarrow \infty$ 時，則為一般看多型保本型票券，可由零息債券與歐式買權複製而成，則其封閉解為

$$C(t) = M_f Q(t)\lambda B_d(t, T) + \frac{M_f Q(t)\gamma}{S_d(t)} \left[S_d(t)e^{-\delta(T-t)}N(e_1) - K_1 B_d(t, T)N(e_2) \right]$$

伍、華邦電保本型票券之避險策略

對於發行華邦電保本型票券的券商而言，為了達到避險目的，可以藉由賣一張保本型票券、買 m 單位的華邦電股票 $S_d(t)$ 及 n 單位的本國零息債券 $B_d(t, T)$ 來建構一個避險組合。這個投資組合的價值 $W(t)$ 為

$$W(t) = -C(t) + mS_d(t) + nQ(t)B_d(t, T)$$

因為 $C(t)$ 為 $S_d(t)$ ， $Q(t)$ 及時間 t 的函數，由 Ito's lemma 我們可得

$$\begin{aligned} dW(t) &= -dC(t) + m dS_d(t) + (Q(t)dB_d(t, T) + B_d(t, T)dQ(t)) \\ &= W_G dt + (-C_S S_d(t)\sigma_S - C_Q Q(t)\sigma_Q + mS_d(t)\sigma_S + nQ(t)B_d(t, T)\sigma_Q) \cdot dW_t^* \end{aligned}$$

其中

$$C_i = \frac{\partial C(t)}{\partial i}, \quad C_t = \frac{\partial C(t)}{\partial t}, \quad C_{ij} = \frac{\partial^2 C(t)}{\partial i \partial j} \quad i, j = S \text{ or } Q$$

$$W_G = -C_G + mS_d(t)(r_d - \delta) + nQ(t)B_d(t, T)r_d$$

$$C_G = S_d(t)C_s(r_d - \delta) + C_t + Q(t)C_Q(r_d - r_f)$$

$$+ \frac{1}{2} \left[C_{QQ}Q(t)^2 |\sigma_Q|^2 + C_{SS}S_d(t)^2 |\sigma_S|^2 \right] + C_{SQ}Q(t)S_d(t) \rho_{SQ} |\sigma_S| |\sigma_Q|$$

當 $(-C_s S_d(t) \sigma_s - C_Q Q(t) \sigma_Q + m S_d(t) \sigma_s + n Q(t) B_d(t, T) \sigma_Q) = 0$ 時，此投資組

合 $W(t)$ 之變異數為 0，其價值增量為非隨機的確定值。即當 $m = C_s$ 且

$n = \frac{C_Q}{B_d(t, T)} = C_Q e^{r_d(T-t)}$ ，此投資組合為無風險組合。因此，為了達到避險目的，發

行華邦電保本型票券的券商，應該買 C_s 單位的華邦電股票與 $C_Q e^{r_d(T-t)}$ 單位的本國零

息債券。

利用鏈微分法則：

$$\frac{\partial N(x)}{\partial S_d(t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \times \frac{\partial x}{\partial S_d(t)}, \quad \frac{\partial d_{1,2}}{\partial S_d(t)} = \frac{1}{S_d(t) |\sigma_s| \sqrt{T-t}},$$

$$\frac{\partial e_{1,2}}{\partial S_d(t)} = \frac{1}{S_d(t) |\sigma_s| \sqrt{T-t}}$$

對 (3) 式求偏微分，可得 m 及 n 的明顯解：

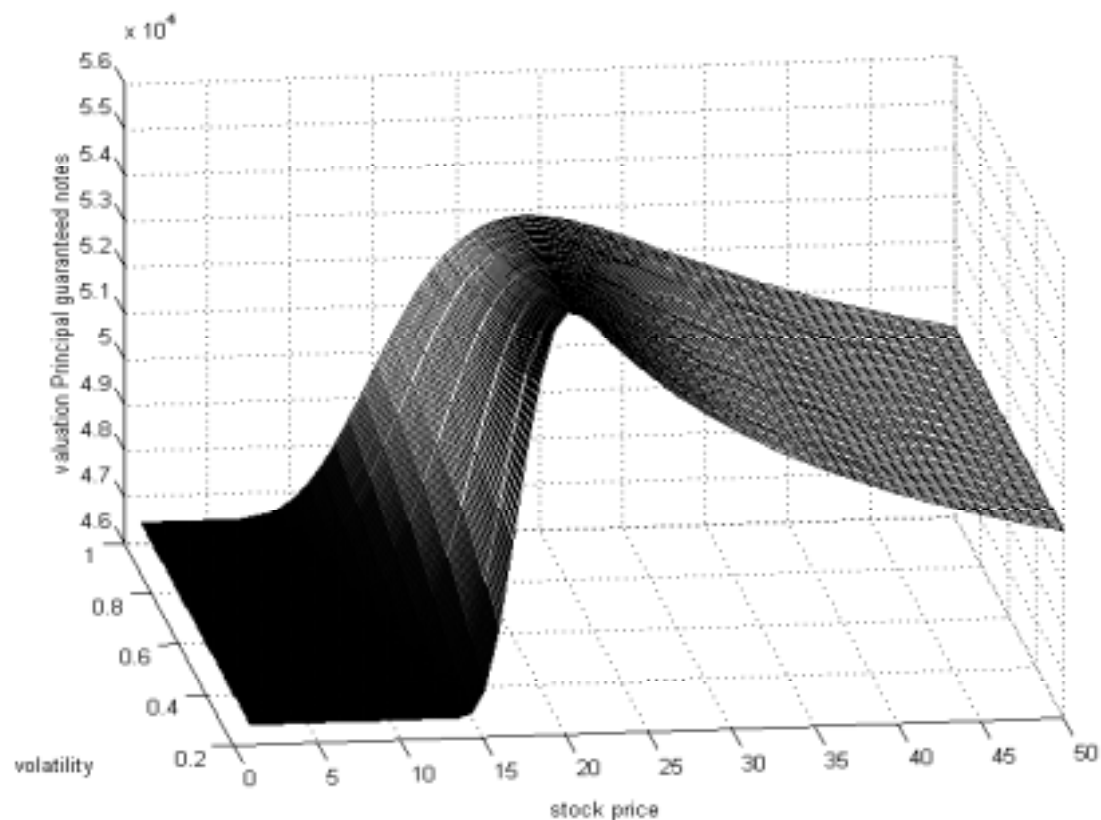
$$m = C_s = \frac{M_f Q \gamma}{S_d(t)} \left[\frac{1}{|\sigma_s| \sqrt{2\pi(T-t)}} \exp\left(\frac{e_1^2}{-2} - \delta(T-t)\right) + e^{-\delta(T-t)} N(e_1) - \frac{1}{|\sigma_s| \sqrt{2\pi(T-t)}} \exp\left(\frac{d_1^2}{-2} - \delta(T-t)\right) \right. \\ \left. - e^{-\delta(T-t)} N(d_1) - \frac{k_1}{S_d(t) |\sigma_s| \sqrt{2\pi(T-t)}} \exp\left(\frac{e_2^2}{-2} - rd(T-t)\right) \right. \\ \left. + \frac{k_2}{S_d(t) |\sigma_s| \sqrt{2\pi(T-t)}} \exp\left(\frac{d_2^2}{-2} - rd(T-t)\right) \right]$$

$$n = \frac{C_Q}{B_d(t, T)} = M_f \lambda + \frac{M_f \gamma}{S_d(t)} \left[S_d(t) e^{-\delta(T-t)} (N(e_1) - N(d_1)) - k_1 N(e_2) + k_2 N(d_2) \right]$$

陸、保本型票券之數值分析

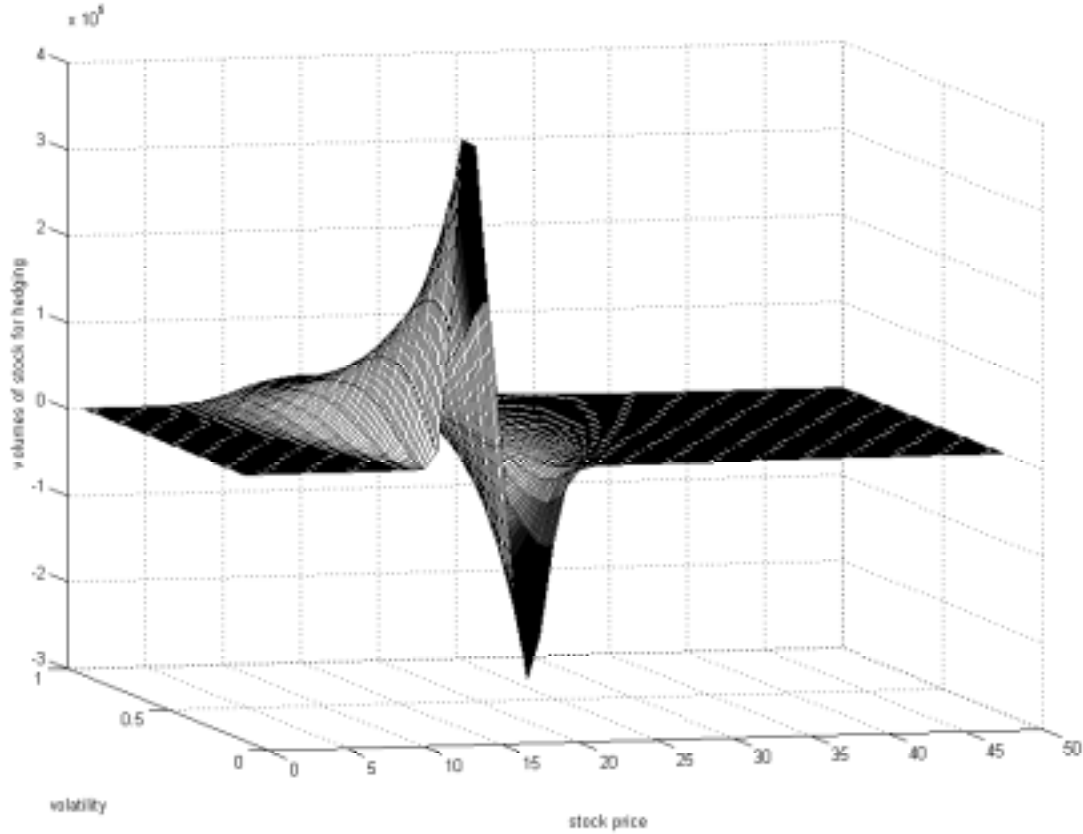
本節將對上述發行於 2003 年 1 月 23 日的華邦電保本型票券做數值分析。此票券的投資期間約為一個月，票面金額 M_f 為 50,000 美金，到期日為 2003 年 2 月 21 日，下限執行價 k_1 為交易日股價的 100% (即為 15.5 元台幣)，上限執行價 k_2 為交易日股價的 125% (即為 19.375 元台幣)，交易日的匯率 $Q(t)$ 為 34.7，股利率 δ 為 0%，本國無風險利率 r_d 為 0.15% (由於此保本型票券投資期間為一個月，因此，本國無風險利率採用次級市場商業本票 30 天期之利率來代表)，保本率 λ 為 93%，參與率 γ 為 95%。

利用數值分析來探討在不同股價及波動度下，此保本型票券之價值變動以及證券商應如何避險。(圖二) 為華邦電保本型票券無套利之票券價值，從圖形可知，股價、波動度上升對於票券價值呈現先遞增而後遞減之趨勢。對於發行者而言，下一個重要的步驟則是如何進行避險策略。(圖三) 及 (圖四) 分別為在不同股價、波動度下，所需的股票及本國零息債券之避險部位。從 (圖三) 可知：當股價處於低檔時，證券商應買進華邦電股票，且採取遞增而後遞減之策略；



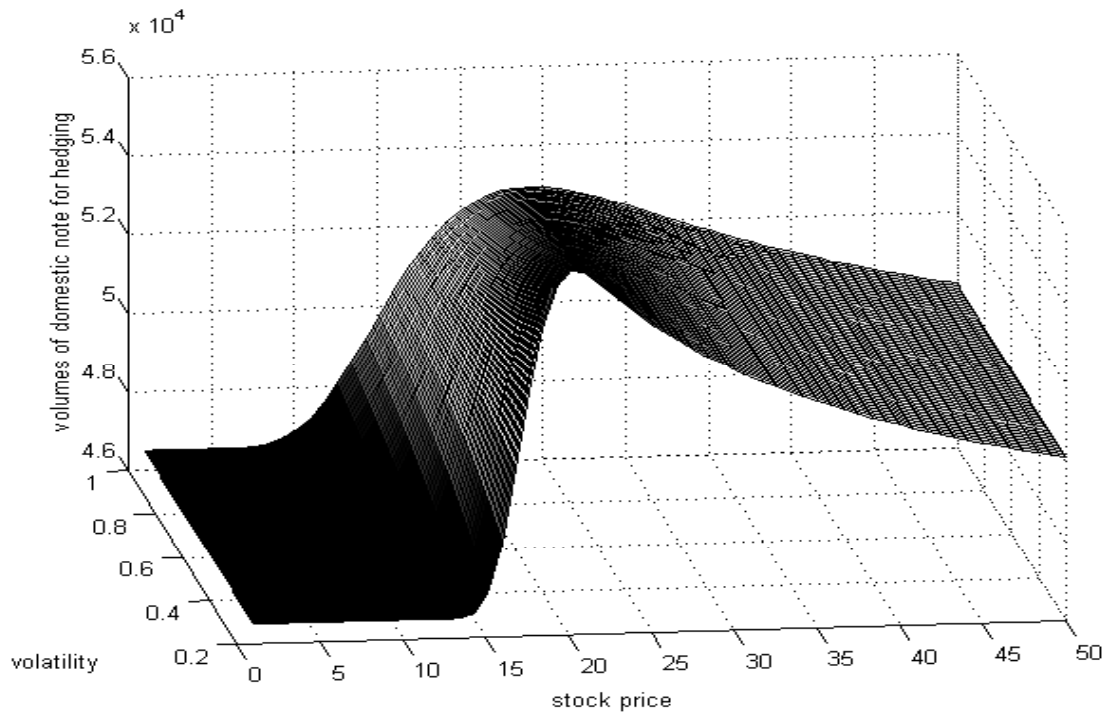
圖二 華邦電保本型票券之價值

圖二顯示華邦電保本型票券無套利的票券價值。此票券的投資期間為一個月，票面金額為 50,000 美金，到期日為 2003 年 2 月 21 日，下限執行價為交易日股價的 100% (即為 15.5 元台幣)，上限執行價為交易日股價的 125% (即為 19.375 元台幣)，到期日的匯率約 34.7，股利率為 0%，本國無風險利率為 0.15%，保本率為 93%，參與率為 95%。由圖可發現，股價、波動度上升對於票券價值呈現先遞增而後遞減之趨勢。



圖三 股價、股價報酬波動度 σ_s 對於所需華邦電股票數量之函數關係

圖三顯示在不同股價及股價報酬波動度下，所需華邦電股票之數量。當股價處於低檔時，證券商應買進華邦電股票，且採取遞減之策略；當股價上升到某一程度時，證券商應放空股票，且採取遞增而後遞減之策略。從圖形可發現，當股價低於下限執行價時，所需華邦電股票數量將緩慢增加，當股價越趨近於下限執行價時，則買進華邦電股票呈現遞增狀態，一旦超過下限執行價，則呈遞減狀態且隨著股價持續上升，證券商應改採取放空股票策略，當股價越趨近於上限執行價時，則放空華邦電股票呈遞增狀態，一旦超過上限執行價，則呈遞減狀態，之後則維持不變。而證券商買進華邦電股票數量，隨著股票報酬波動度上升而呈現遞增而後遞減之狀態；證券商放空華邦電股票數量則呈現遞減而後遞增之狀態。另一方面，證券商買進華邦電股票數量，隨著股票報酬波動度上升而呈現遞增而後遞減之狀態；證券商放空華邦電股票數量則呈現遞減而後遞增之狀態。



圖四 股價、股價報酬波動度 σ_s 對於所需本國零息債券數量之函數關係

圖四顯示在不同股價及股價報酬波動度下，所需本國零息債券之避險數量。在零息債券動態避險方面，隨著股價及波動度上升，證券商應買進本國零息債券且採取遞增而後遞減之策略。從圖形可發現，當股價越趨近於上限執行價時，則買進本國零息債券所需避險數量呈現遞增狀態，一旦股價超過上限執行價，則買進本國零息債券所需避險數量呈遞減狀態。

當股價上升到某一程度時，證券商應放空股票，且採取遞增而後遞減策略。從圖形可發現，當股價低於下限執行價時，所需華邦電股票數量將緩慢增加；當股價越趨近於下限執行價時，則買進華邦電股票呈現遞增狀態，一旦超過下限執行價，則呈遞減狀態且隨著股價持續上升，證券商應改採放空股票策略，當股價越趨近於上限執行價時，則放空華邦電股票呈遞增狀態，一旦超過上限執行價，則呈遞減狀態，之後則維持不變。因此，華邦電股票避險數量之極大值位於股價在下限執行價之附近；而其最小值則位於股價在下限執行價之附近。另一方面，證券商買進華邦電股票數量，隨著股票報酬波動度上升而呈現遞增而後遞減之狀態；而證券商放空華邦電股票數量則呈現遞減而後遞增之狀態。從（圖四）可知：在零息債券動態避險方面，隨著股價及波動度上升，證券商應買進本國零息債券且採取遞增而後遞減之策略。從圖形中亦可發現，當股價越趨近於上限執行價時，則買進本國零息債券呈現遞增狀態，一旦超過上限執行價，則呈遞減狀態。

柒、實證分析

以下將利用本文所推導之(3)式封閉解(closed-form solution)，應用於華邦電保本型票券之契約設計，並加入其他券商所發行華邦電認購權證的隱含波動度（華邦電之認購權證在保本型票券之交易日當天所隱含的波動度為 1.0513），對此保本票券進行實證分析，求算華邦電保本型票券之合理市價，並與實際發行市價相比較以判斷此票券是否高估或低估。而針對避險策略方面，將站在券商的角度，求算出券商發行該保本型票券時，在股票避險部位應該買進或放空多少數量及本國零息債券應買進多少數量。

實證結果如下：

- (1) 將已知條件代入封閉解中，算出此票券之理論價格為 50,011.0637 美金，與實際發行市價 50,000 美金之誤差為千分之 2.2。
- (2) 在發行該保本票券時，券商之避險策略應同時買入 29,311 張華邦電股票及 50,071 張本國零息債券作為其發行華邦電保本型票券的風險控管。

捌、結論

本文推導出以外幣計價的華邦電保本型票券之封閉解(closed-form solution)。從封閉解得知，該票券可視為本國零息債券及多頭價差買權之組合。本文同時提供券商發行華邦電保本型票券之避險策略。實證結果發現本文利用推導之公式解加上運用其他券商發行之華邦電認購權證之隱含波動度所得之理論價格與市價接近。本文所推導之公式解可供實務界使用，作為保本型商品之定價與風險控管之參考。

參考文獻

1. Bennett, J. A., Chen, A. H., and McGinness, P. (1996), "An Analysis of Capital Guaranteed Funds," *International Review of Economics and Finance*.
2. Chance, D. M., and Broughton, J. B. (1988), "Market Index Depository Liabilities : Analysis, Interpretation, and Performance," *Journal of Financial Services Research*, December, pp.335-352.
3. Chen, A. H. and Kensinger, J. W. (1990), "An Analysis of Market-Index Certificates of Deposit," *Journal of Financial Services Research*, July, pp. 93-110.
4. Chen, K. C., and Sears, R. S. (1990), "Pricing the SPIN," *Financial Management*, Summer, pp.36-47.
5. Levy, E. (1992), "Pricing European Average Rate Currency Option." *Journal of International Money and Finance*, 11, pp.474-491.